SIGNALS AND SYSTEMS - QUIZ 9

Problem 1

Betragt systemet beskrevet ved ligningen

$(D+1)^2 y(t) = D^2 x(t)$

Hvad er overføringsfunktionen i Laplace-domænet?

1: overføringsfunktionen eksisterer ikke.

2: $H(s) = 1 - \frac{2}{s+1} + \frac{1}{(s+1)^2}$

3: $H(s) = \frac{(s+1)^2}{s^2}$

4: $H(s) = \frac{s}{s+1}$

Sol

$$(D+1)^2 y(t) = D^2 x(t) \iff$$

$$(s+1)^2 Y(s) = s^2 X(s)$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^2}{(s+1)^2} \xrightarrow[\text{Parfrac}]{\text{convert}} H(s) = 1 - \frac{2}{s+1} + \frac{1}{(s+1)^2}$$

Svar: 2

Problem 2

Overføringsfunktionen for et LTIC system er

$$H(s) = \frac{s^2}{(s+4)^2+3^2} = \frac{s^2}{s^2+8s+25}$$

Hvad er konvergensområdet for $H(s)$?

1: $\mathrm{Im}(s) \geq -3$

2: $\mathrm{Re}(s) > -3$

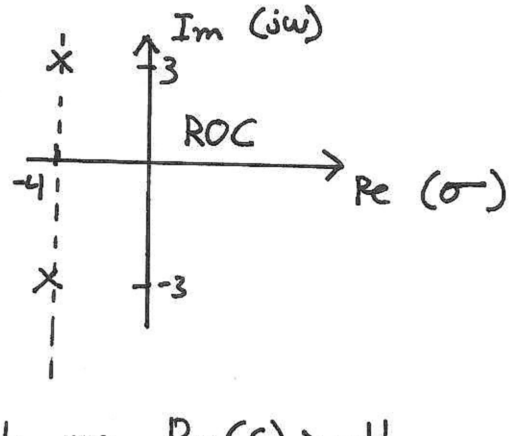
3: $\mathrm{Re}(s) > -4$

Sol

Find polerne: $\mathrm{solve}(s^2+8s+25=0, s) \Rightarrow s = -4 \pm j3$

For et system med impulsrespons med uendelig varighed ($H(s)$ har mindst én pol), der i øvrigt er stabilt (alle poler ligger i venstre halvplan i s-domænet), så er konvergensregionen til højre for den pol nærmest $j\omega$-aksen.

Begge poler ligger på den lodrette linje i $s=-4$.



Så konvergensområdet er $\mathrm{Re}(s) > -4$.

Svar: 3

Problem 3

Givet $H(s) = \dfrac{s^2}{s^2+8s+25}$, hvad er systemets respons til en enhedstrinpåvirkning $x(t) = u(t)$.
(Find steprespons et).

1: $y_{step}(t) = \left[e^{-4t}\cos(3t) - \frac{4}{3}e^{-3t}\sin(4t)\right]u(t)$

2: $y_{step}(t) = \left[\cos(3t) - \frac{4}{3}\sin(3t)\right]e^{-4t}\,u(t)$

3: $y_{step}(t) = \left[\cos(3t) - \sin(3t)\right]u(t)$

4: $y_{step}(t) = \left[\cos(4t) - \sin(4t)\right]u(t)$

sol

Brug invlaplace.

$u(t) \longleftrightarrow \frac{1}{s}$ $\qquad Y(s) = H(s)\cdot X(s)$

with (inttrans):

$$\text{invlaplace}\Big(\underbrace{\frac{s^2}{s^2+8s+25}}_{H(s)}\cdot\underbrace{\frac{1}{s}}_{X(s)},\ s,t\Big) \Longrightarrow y_{step}(t) = e^{-4t}\cdot\frac{1}{3}\left[3\cos(3t) - 4\sin(3t)\right]u(t)$$

$$y_{step}(t) = \left[\cos(3t) - \frac{4}{3}\sin(3t)\right]e^{-4t}\,u(t)$$

Svar: 2

Problem 4

En spole er i tidsdomænet beskrevet ved ligningen

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{L} v(t).$$

Hvad er udtrykket for strømmen gennem spolen i Laplace-domænet, når begyndelsesbetingelsen ønskes medtaget?

1: $I(s) = \frac{1}{Ls} V(s) + \frac{i(0_-)}{s}$

2: $I(s) = \frac{1}{Ls} V(s) + \frac{i(0^+)}{s}$

3: $I(s) = \frac{1}{Ls} V(s) + I(0)$

4: $I(s) = \frac{1}{Ls} V(s) + I(+\infty)$

Sol

En spole i et kredsløb er LTIC, derfor anvendes begyndelsesbetingelserne til $t = 0_-$.

Laplace differentieringsteorem: $\frac{dx}{dt} = sX(s) - x(0_-)$.

Anvendes dette på $\frac{di}{dt} = \frac{1}{L} v(t)$ fås:

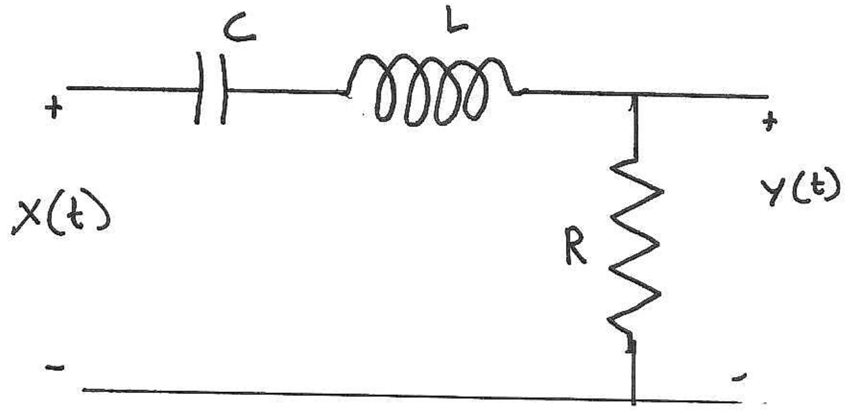
$$sI(s) - i(0_-) = \frac{1}{L} V(s) \Leftrightarrow$$

$$I(s) = \frac{1}{Ls} V(s) + \frac{i(0_-)}{s}$$

Svar: 1

Problem 5

Et 2.ordens filter er nedenunder. x(t) er input og y(t) er output. Hvad er overføringsfunktionen.



1: $H(s) = \dfrac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$

2: $H(s) = \dfrac{RCs}{LCs^2 + RCs + 1}$

3: $H(s) = \dfrac{LCs^2}{s^2LC + RCs + 1}$

sol

Maple: $sys := \left\{ \dfrac{y - x}{\frac{1}{sC} + sL} + \dfrac{y}{R} = 0 \right\}$

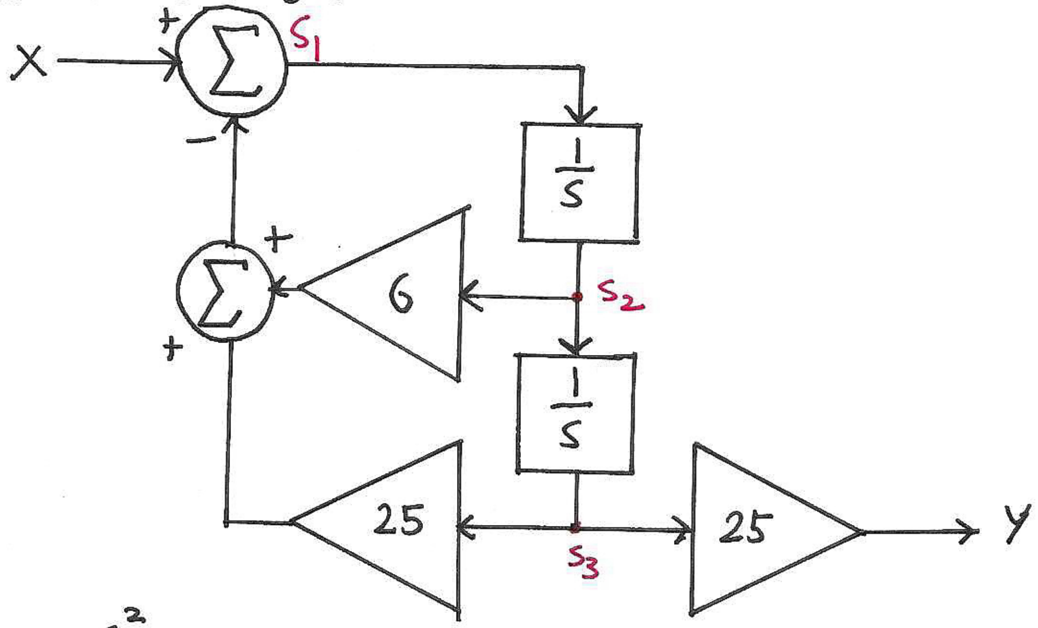
Solve(sys, {y}) $\Rightarrow Y(s) = X(s) \cdot \dfrac{RCs}{LCs^2 + RCs + 1}$

$H(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)} = \dfrac{RCs}{LCs^2 + RCs + 1}$

svar: 2

Problem 6

Hvad er overføringsfunktionen for blokdiagrammet:



1: $H(s) = \dfrac{s^2}{s^2+6s+25}$

2: $H(s) = \dfrac{s^2-6s+25}{s^2+6s+25}$

3: $H(s) = \dfrac{25}{s^2+6s+25}$

<u>Sol</u>

Brug Maple: $sys := \{ S_1 = X - (S_2 \cdot 6 + S_3 \cdot 25),\ S_2 = S_1 \cdot \frac{1}{s},\ S_3 = S_2 \cdot \frac{1}{s},\ Y = S_3 \cdot 25 \}$

$\text{Solve}(sys, \{S_1, S_2, S_3, Y\}) \Rightarrow \ldots \quad Y = \dfrac{25X}{s^2+6s+25}$

$H(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)} = \dfrac{25}{s^2+6s+25}$

<u>Svar</u>: 3

Problem 7

Et LTIC-system har impulsresponset: $h(t) = 2\delta(t) - 4e^{-2t}u(t)$.

Hvad er systemets overføringsfunktion?

1: $H(s) = \frac{2s}{s+2}$

2: $H(s) = \frac{s}{s+2}$

3: $H(s) = \frac{2}{s+2}$

Sol

with (inttrans):

$\text{laplace}(\underbrace{2 \cdot \text{Dirac}(t) - 4 \cdot \exp(-2 \cdot t) \cdot \text{Heaviside}(t)}_{h(t)}, t, s) \Rightarrow H(s) = \frac{2s}{s+2}$

svar: 1

Problem 8

Et filter har overføringsfunktionen $H(s) = \frac{s}{(s+1)(s+2)}$.

Hvad er impulsresponset umiddelbart efter $t=0$?

værdien af

1: $h(0_+) = 1$

2: $h(0_+) = 0$

3: $h(0_+) = 1$

4: $h(0_+) = 3$

sol

with(inttrans):

invlaplace$\left(\frac{s}{(s+1)(s+2)}, s, t\right) \Rightarrow h(t) = 2e^{-2t} - e^{-t}$

$h(0_+) = 2e^0 - e^0 = 1$

Svar: 3