

SIGNALS AND SYSTEMS - QUIZ 4

Problem 1

Fourierrækker udtrykkes på forskellige måder.
Vælg det sande udsagn.

1. Den trigonometriske Fourierrække er udtrykt ved:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t).$$

Koefficienter i rækken er komplekse.

Falsk: Fourierrække summen starter i $n=1$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t), \quad a_n \text{ og } b_n \text{ er reelle.}$$

2. Den kompakte Fourierrække er:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin(n\omega_0 t + \theta).$$

Koefficienterne er komplekse.

Falsk: Kompakt form: $x(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n)$

$$C_0 = a_0, \quad C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \theta_n = \tan^{-1}\left(-\frac{b_n}{a_n}\right).$$

3. Den komplekse eksponentielle Fourierrække er:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{jn\omega_0 t}$$

Koefficienterne D_n er komplekse.

Sandt.

Svar: 3

Problem 2

Der gælder at $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$. Det antages, at signalet der ekspanderes er reelt.

Vælg det sande udsagn.

1: I den trigonometriske Fourierrække er signalerne $\{1, \cos(\omega_0 t), \cos(2\omega_0 t), \dots, \cos(n\omega_0 t), \dots\}$ ortogonale basisfunktioner. Disse er dog ikke ortogonale med signaler $\{\sin(\omega_0 t), \sin(2\omega_0 t), \dots, \sin(n\omega_0 t), \dots\}$. Derfor er der ingen sinusfunktioner i den kompakte Fourierrække.

Falsk: $\sin(n\omega_0 t)$ er ortogonal på $\cos(n\omega_0 t) \forall n$.

At der ingen sinusfunktioner er i den kompakte form skyldes blot opskrivningen.

2: I den kompakte Fourierrække $C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n)$ er første koefficient lig signalets middelværdi, i $t_1 \leq t \leq t_1 + T_0$.

Sandt: $C_0 = a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} f(t) dt \approx$ Middelværdi

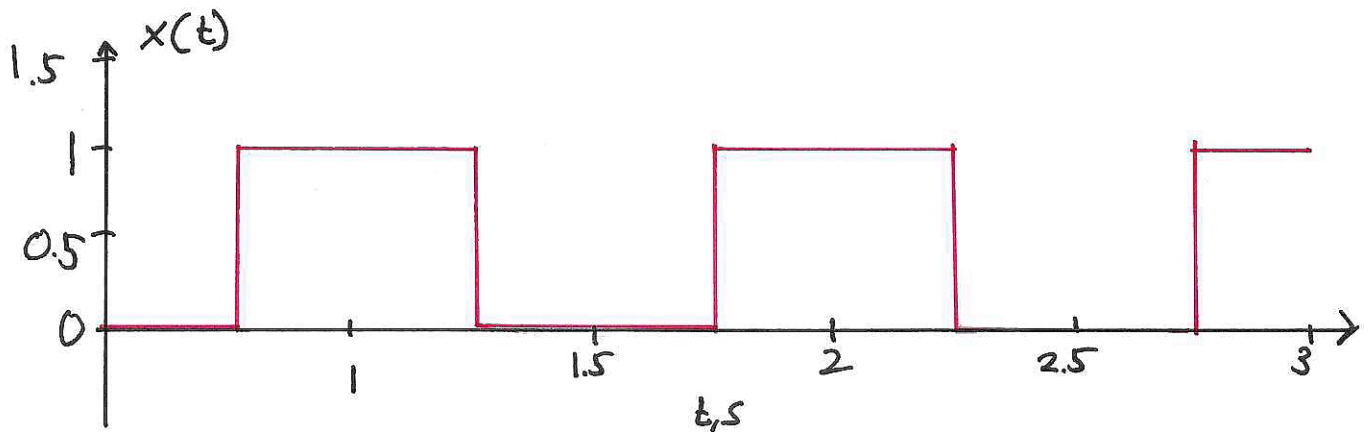
3: Den komplekse eksponentielle Fourierrække $\sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{jn\omega_0 t}$ er koefficienterne er komplekse. Realdelen er en ulige funktion af frekvens og imaginærdelen er en lige funktion af frekvens.

Falsk: For et reelt signal er koefficienterne D_n en lige funktion af n , mens imaginærdelen af D_n er en ulige funktion af n .

Svar: 2

Problem 3

I en opgave skulle frekvensspektret af nedenstående signal plottes:



Vælg det sande udsagn.

1: Det rekonstruerede signal er periodisk og ulige.

Falsk: For signalet er lige, så er rekonstruktion lige.

At signalet er periodisk er en forudsætning for Fourierreækker.

2: Fourierkoefficienternes realdel er lig nul.

Falsk: Signalet er lige, så $x_0(t) = 0 \rightarrow \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x_0(t) \cdot (-j \sin(n\omega_0 t)) dt = 0$

Og $\frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x_e(t) \cos(n\omega_0 t) dt \neq 0$.

Det er imaginærdelen der er lig nul.

3: I opgaven plottes fasespektret ikke, idet koefficienternes imaginærdel er lig nul.

Sandt.

Svar: 3