SIGNALS AND SYSTEMS - WEEK 3

QUIZ

Problem 1

Lad et LTIC system have enhedsimpulsrespons $h(t)$ og input $x(t)$. Systemets zero-state response er givet ved $y_{zs}(t) = h(t) * x(t)$. Hvad er responset til det tidsforskudte input $x(t-t_0)$, $t_0 > 0$?

1: $y_{zs}(t-t_0)$

2: $y_{zs}(t+t_0)$

3: $y_{zs}(t_0-t)$

Sol

Fordi systemet er tids-invariant, vil en forsinkelse i input give en tilsvarende forsinkelse i output.

$y_{zs}(t-t_0)$ vil være output når $x(t-t_0)$ er input.

Svar: 1

Problem 2

Foldningen $u(t) * u(t)\sin(t)$ giver

1: $u(t)\cos(t)$

2: $u(t)(1-\cos(t))$

3: $u(t)\sin(t)$

Sol

Foldningen: $u(t) * u(t)\sin(t)$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) \cdot u(t-\tau) \cdot \sin(t-\tau)\, d\tau$$

Brug Maple:

$x_1 := t \rightarrow \text{Heaviside}(t)$

$x_2 := t \rightarrow \text{Heaviside}(t) \cdot \sin(t)$

$\text{int}(x_1(\tau) \cdot x_2(t-\tau), \tau = -\infty .. \infty) \Rightarrow 1 + \cos(t)\,\text{Heaviside}(-t) - \text{Heaviside}(-t) - \cos(t)$

simplify $\Rightarrow -\text{Heaviside}(\cos(t) - 1)$

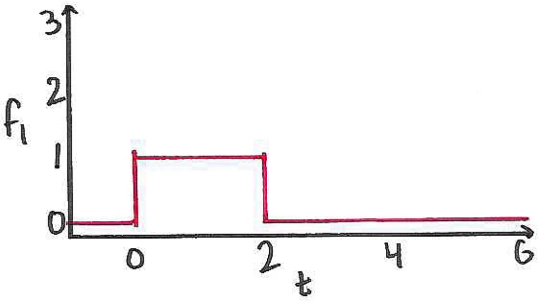
$= \text{Heaviside}(t)(1-\cos(t))$

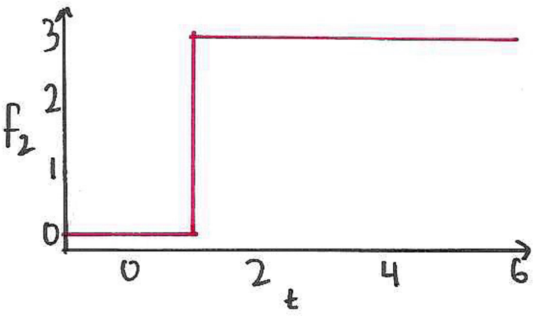
$= u(t)(1-\cos(t))$

Svar: 2

Problem 3

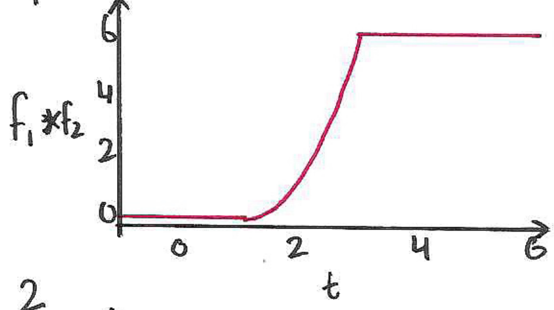
Funktionerne f_1 og f_2 har graferne:



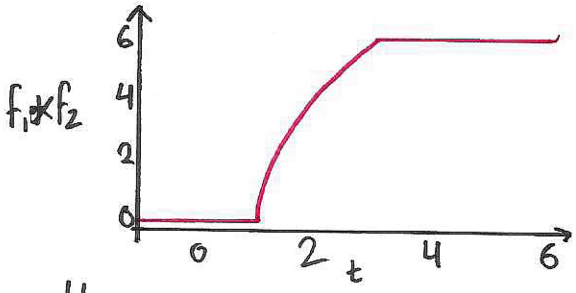


Hvilke af graferne nedenfor, fremstiller foldningen $f_1 * f_2$?

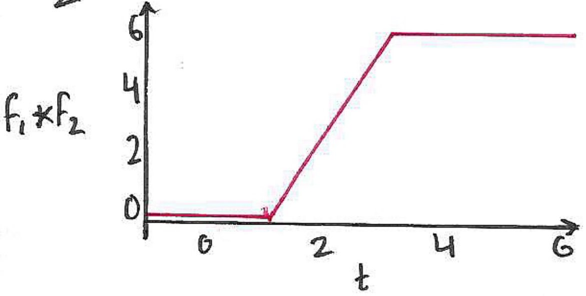
1



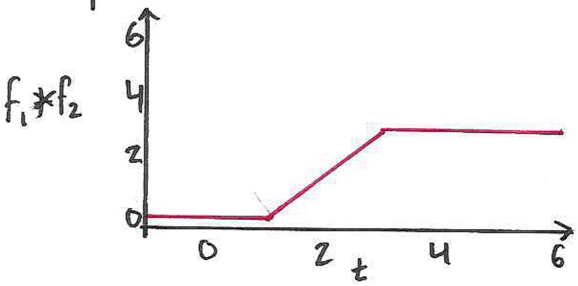
3



2



4



sol

$x_1 := t \to \text{Heaviside}(t) - \text{Heaviside}(t-2)$

$x_2 := t \to 3\,\text{Heaviside}(t-1)$

$$x_1 * x_2 = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau)\cdot x_2(t-\tau)\,d\tau = \begin{cases} 0 & t \leq 1 \\ -3+3t & t \leq 3 \\ 6 & 3 < t \end{cases}$$

starter i (0,0) og er 0 indtil t=0.

Ret linje med hældning 3.

Vandret asymptote med værdi 6.

Svar: 2

Problem 4

Foldning af en forskudt enheds-stepfunktion $u(t-t_0)$ foldes med en stepfunktion $u(t)$.
Hvad bliver resultatet af foldningen?

1: $u(t-t_0) * u(t) = u(t-t_0)$

2: $u(t-t_0) * u(t) = \frac{1}{2}(t-t_0)^2 u(t-t_0)$

3: $u(t-t_0) * u(t) = (t-t_0) u(t-t_0)$

4: $u(t-t_0) * u(t) = \frac{1}{6}(t-t_0)^3 u(t-t_0)$

Sol

Udregn først foldningen uden tidsforsinkelse:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) \cdot u(t-\tau)\, d\tau = t \cdot u(t)$$

Påfør nu tidsforskydning:

$$y(t-t_0) = (t-t_0) u(t-t_0)$$

Svar: 3

Problem 5

Hvad giver foldningen $u(t-t_0) * tu(t)$?

1: $u(t-t_0) * tu(t) = u(t-t_0)$

2: $u(t-t_0) * tu(t) = (t-t_0)\, u(t-t_0)$

3: $u(t-t_0) * tu(t) = \frac{1}{2}(t-t_0)^2\, u(t-t_0)$

4: $u(t-t_0) * tu(t) = \frac{1}{6}(t-t_0)^3\, u(t-t_0)$

Sol

Udregn først foldning uden tidsforskydning.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\cdot(t-\tau)\cdot u(t-\tau)\, d\tau = \frac{1}{2}t^2 u(t)$$

Indfør tidsforskydning.

$$y(t-t_0) = \frac{1}{2}(t-t_0)^2\, u(t-t_0)$$

Svar: 3

Problem 6

Hvad er overføringsfunktionen for LTIC systemet med differentialligningen $\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + y(t) = 5\ddot{x}(t)$?

1: $H(j\omega) = \dfrac{5}{(j\omega)^2 + 3j\omega + 1}$

2: $H(j\omega) = \dfrac{5j\omega}{(j\omega)^2 + 3j\omega + 1}$

3: $H(j\omega) = \dfrac{5(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + 3j\omega + 1}$

Sol

Få differentialligningen på operator-form.

$$y(t)\left(D^2 + 3D + 1\right) = x(t)\, 5D^2$$

Erstat D med $j\omega$.

$$y(t)\left((j\omega)^2 + 3j\omega + 1\right) = 5(j\omega)^2 x(t)$$

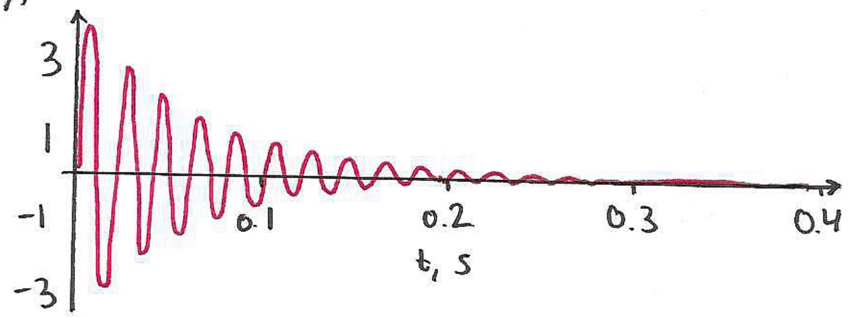
Find overføringsfunktionen:

$$H(j\omega) = \frac{Y}{X} = \frac{5(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + 3j\omega + 1}$$

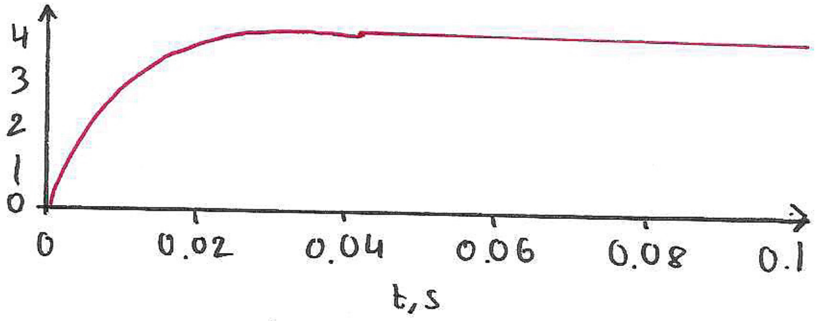
Problem 7

Hvilke systemer har disse stepresponser?

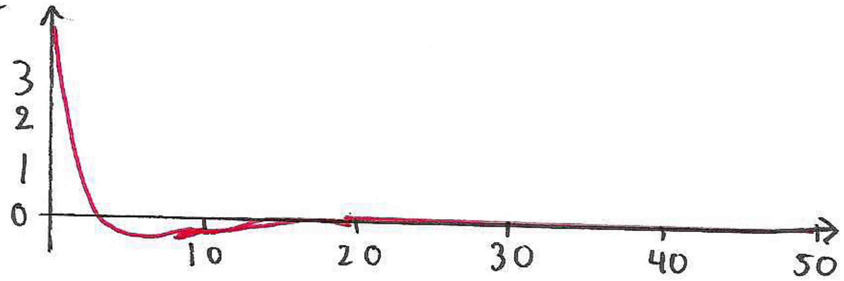
A



B



C



1: A = Båndpas, B = Lavpas, C = Højpas

2: A = Lavpas, B = Højpas, C = Båndpas

3: A = Højpas, B = Båndpas, C = Lavpas

Sol

Fra opgaveregning vides, at båndpas der regnes med, er underdæmpet.

Figur A er den eneste graf med oscillationer.

Figur A viser da stepresponset for båndpasfilteret.

Svar: 1