Problem 1

Om opdeling af et systemrespons i zero-input og zero-state response. Hvilke udsagn er sande?

1: En opdeling af et systemrespons forudsætter at systemet er kausalt og tids-invariant.

Falsk: Opsplittelse i zero-input og zero-state kræver at superpositionsprincippet er gyldigt. Det kræver lineært system.

2: Zero-input responset er et udgangssignal, der alene hidrører fra frigivelse af indre energi oplagret i systemet.

Sandt.

3: Zero-state responset er løsningen til en homogen differentialligning, hvor begyndelsesbetingelserne er sat til nul.

Falsk: Det er løsningen til en inhomogen differentialligning med begyndelsesbetingelserne sat til nul.

Svar: 2

Problem 2

Om løsningen af en homogen differentialligning med konstante koefficienter. Vælg sande udsagn.

1: Karakterligningen fås ved at indsætte et løsningsforslag i differentialligningen og herefter reducere mest muligt.

Sandt: Man indsætter gættet $y(t) = e^{\lambda t}$ og reducerer

2: Rødderne i karakterligningen kan altid opdeles i to tilfælde. (1) reelle og forskellige rødder, (2) kompleks konjugerede rødder.

Falsk: Der kan også være dobbeltrødder (rødder med multiplicitet)

3: Hvis rødderne i karakterligningen er komplekse, vil løsningen til differentialligningen kunne udtrykkes som sinus- og cosinus-funktioner med amplituder, der ændrer sig eksponentielt.

Sandt: Løsningen vil have formen: $y(t) = e^{\alpha t}(A_1\cos(\omega t) + A_2\sin(\omega t))$

hvor $\lambda = \alpha \pm \omega$ er komplekst konjugerede rødder.

Svar: Der er mere end ét sandt udtryk.

Problem 3

Om enhedsimpulsfunktionen og impulsresponset. Hvilke udsagn er sande?

1: Enhedsimpulsfunktionen springer fra 0 til 1 til tiden $t=0$.

Falsk: Impulsfunktionen er udefineret i $t=0$.

2: Påvirker man et 2. ordens system ($m<n$) til tiden $t=0$ med en enhedsimpulsfunktion, vil output ikke ændres instantant, men $\dot{y}(t)$ vil springe med værdien $+1$ i $t=0$.

Sandt: Den afledede af outputtet springer med $+1$ i $t=0$. Kun i højpasfiltre ($m=n$) vil outputtet ændre sig instantant.

3: Alle fysisk realiserbare systemer har, uanset værdien af m og n (ordenen af $P(D)$ og $Q(D)$ i $Q(D)y(t)=P(D)x(t)$) en træghed, der medfører at en impuls på input aldrig slår igennem som en impuls på output.

Falsk: Et højpasfilter vil have en impuls i output hvis der er en impuls som input.

Svar: 2

Problem 4

Et n'te-ordens system har differentialligningen $Q(D)y(t) = P(D)y(t)$. Om det at udlede systemets enhedsimpulsrespons. Hvilke udsagn er sande?

1: Man løser den inhomogene differentialligning, hvor begyndelsesbetingelserne er nul og indgangssignalet $x(t)$ sættes lig enheds-impulsfunktionen.

Forkert: Man finder impulsresponset med $h(t) = b_n\delta(t) + [P(D)y_n(t)]u(t)$ hvor $y_n(t)$ er løsningen til den homogene differentialligning med passende begyndelsesbetingelser.

2: Som første trin beregner man systemets naturlige respons ved at løse den homogene differentialligning og benytte de begyndelsestilstande i 0^+, der forårsages af en enhedsimpulsfunktion på indgangen i $t=0$.

Sandt

3: Et systems enhedsimpulsrespons udregnes ved at lade $P(D)$ virke på systemets naturlige respons. Hertil skaleres en impulsfunktion der lægges til, hvis og kun hvis, $P(D)$ har samme orden som $Q(D)$.

Sandt i $h(t) = b_n\delta(t) + [P(D)y_n(t)]u(t)$, $b_n = 0$ for $n \neq m$.
For højpasfiltre er $n = m$, så der vil være en impuls i impulsrespons

Svar: Der er mere end ét sandt udsagn.

Problem 5

Et LTIC er beskrevet ved $\dot{y}(t) + \frac{1}{\tau} y(t) = 10\dot{x}(t)$, $y(0^-) = 0$ V.

Hvad er systemets impulsrespons?

1: $h(t) = 10\delta(t) + \frac{10}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} u(t)$

2: $h(t) = 10\delta(t) - \frac{10}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} u(t)$

3: $h(t) = 10\delta(t) - 10u(t) e^{-\frac{t}{\tau}}$

4: $h(t) = \frac{10}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} u(t)$

Sol

ode $:= \dot{y}_n(t) + \frac{1}{\tau} y_n(t) = 0$

[illegible]

Brug passende begyndelsesbetingelser (Lathi 116).

ics $:= y(0) = 1$

dsolve({ode, ics}, $y_n(t)$) $\Rightarrow y_n(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}$

$h(t) = b_n \delta(t) + [P(D) y_n(t)] u(t)$

$h(t) = 10\delta(t) + [10D\, e^{-\frac{t}{\tau}}] u(t)$

$h(t) = 10\delta(t) - \frac{10}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} u(t)$

Svar: 2

Problem 6

Et LTIC-system er beskrevet ved $\dot{y}(t)+y(t)=2x(t)$, $y(0^-)=2$.
Hvad er systemets enhedsimpulsrespons?

1: $h(t)=\delta(t)+e^{t}u(t)$

2: $h(t)=\delta(t)-e^{-t}u(t)$

3: $h(t)=2e^{-t}u(t)$

4: $h(t)=2\delta(t)e^{-t}$

Sol

ode:= $\dot{y}_n(t)+y_n(t)=0$

ics:= $y_n(0)=1$

dsolve({ode, ics}, $y_n(t)$) $\Rightarrow y_n(t)=e^{-t}$

$h(t)=b_n\delta(t)+[P(D)y_n(t)]u(t)$

Da $m<n$ så er $b_n=0$.

$h(t)=[2\cdot y_n(t)]u(t)$

$h(t)=2e^{-t}$

Svar : 3

Problem 7

Et LTIC system er beskrevet $\dot{y}(t) + y(t) = 2x(t)$, $y(0^-) = 2$.

Hvad er systemets zero-input respons?

Sol

Systemet er lineært, så zero-input responset $y_{zi}(t)$ er løsningen til den homogene differentialligning med begyndelsesbetingelser.

$ode := \dot{y}_{zi}(t) + y_{zi}(t) = 0$

$ics := y_{zi}(0) = 2$

$dsolve(\{ode, ics\}, y_{zi}(t)) \Rightarrow y_{zi}(t) = 2e^{-t} u(t)$

1: $y_{zi}(t) = u(t)e^{t}$

2: $2u(t)e^{-t} = y_{zi}(t)$

3: $y_{zi}(t) = 3u(t)e^{-t}$

4: $y_{zi}(t) = 4\delta(t)e^{-t}$

Svar: 2